Kantenerhaltende Glättung von Volumendaten bei sehr geringem Signal-Rausch-Verhältnis

Volker Aurich, Eva Mühlhaus und Sven Grundmann

Abteilung für Informatik des Mathematischen Instituts der
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf, Universitätsstraße 1, 40225 Düsseldorf
Email: aurich@cs.uni-duesseldorf.de

Zusammenfassung. Es wird ein massiv parallisierbares Verfahren beschrieben, das in einem Signal Feinstruktur wie z.B. Rauschen eliminiert, dabei aber die gröberen Strukturen gut erhält. Die Wertänderungen der zu entfernenden Feinstruktur dürfen in derselben Größenordnung wie die der zu erhaltenden gröberen Struktur sein.

Schlüsselwörter: Kantenerhaltende Glättung, nichtlineare Filter.

1 Problemstellung

Gegeben sei eine einzige Realisierung f eines verrauschten dreidimensionalen Signals f_{ori}, das bis auf einige Sprungstellen, die sog. Kanten, nur langsam variiert. Hat das Rauschen den Erwartungswert Null, so ist die beste Schätzung von f_{ori} auf Basis von f eine lokale Mittelung, die nicht über die Kanten hinweggreift. Weil man aber nicht a priori die Kanten kennt, benötigt man Verfahren, die simultan Rauschen glätten und Kanten erhalten. Sie sind notwendigerweise nichtlinear. Das im folgenden vorgestellte Verfahren beruht auf einer Folge sorgsam aufeinander abgestimmter, weicher Schwellwertentscheidungen.

2 Das nichtlineare Gaußfilter

Bei hohem Signal-Rausch-Verhältnis kann man das Rauschen reduzieren, ohne die Kanten zu verschmieren, indem man ein lineares Glättungsfilter so modifiert, daß in den Mittelwert an einer Stelle p nur die Werte $f(q)$ an Nachbarstellen q eingehen, die von $f(p)$ höchstens um eine vorgegebene Schranke abweichen. Anschaulich bedeutet dies, daß nur die Punkte $(q, f(q))$ des Signalgraphen gemittelt werden, die sich innerhalb eines in $(p, f(p))$ zentrierten Fensters befinden. In Abbildung 1 sind zwei solche Datenfenster an den Signalsprungstellen 64 und 320 eingezeichnet. Solche Filteroperationen sind als robuste Schätzer in der Statistik bekannt.

Weil das Rauschen in Anwendungen oft glockenförmige Verteilungen hat, ersetzen wir die harte Auswahl der zu mittelnden Werte durch eine weichere Entscheidung, indem wir sowohl in Orts- wie in Werterichtung statt durch ein Fenster durch Gauß-förmige Gewichtsverteilungen abschneiden. Dadurch ergibt sich das folgende nichtlineare Gaußfilter; es liefert an der Stelle p bei Eingabe des Signals f den Ausgangswert

$$NLG_{\sigma,\zeta} f(p) = \frac{1}{N} \sum_q g_\sigma(||q-p||)\ g_\zeta(|f(q)-f(p)|)\ f(q)$$

Dabei sind $g_\lambda(t) = \exp(-\frac{t^2}{2\lambda^2})$ die unnormierte Gaußfunktion mit Streuung λ und $N = \sum_q g_\sigma(||q-p||)\ g_\zeta(|f(q)-f(p)|)$ ein Faktor zur Normierung des Gesamtgewichts auf 1.

Die Breite der Gaußglocke g_ζ in Werterichtung sollte einerseits groß sein, damit das Rauschen sicher eingefangen wird, andererseits jedoch klein sein, damit die Kanten nicht verschmiert werden. Diese gegensätzlichen Kriterien lassen sich nur bei hohem Signal-Rausch-Abstand erfüllen, wie z.B. in Abbildung 1 bei den beiden hohen Sprüngen rechts; die niedrigen Sprünge links werden verschmiert. Diesem Dilemma kann man durch eine geeignete Hintereinanderschaltung mehrerer nichtlinearer Gaußfilter entkommen.

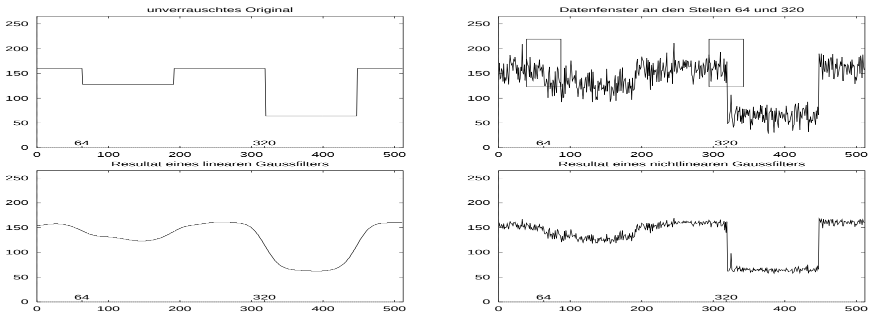

Abb. 1. Filterung eines 1-dimensionalen Signals

3 Die nichtlineare Gaußfilterkette

In einer Kette nichtlinearer Gaußfilter $f_{aus} = NLG_{\sigma_k,\zeta_k} \circ \ldots \circ NLG_{\sigma_1,\zeta_1}(f)$ sollte einerseits jeder Filterschritt das Rauschen um einen vorgegebenen Faktor α reduzieren, andererseits sollten die Kanten möglichst wenig verschmiert werden. Dazu müssen die Werte der ζ_j fallen und die der σ_j wachsen. In Abbildung 2 wird dies für ein eindimensionales Signal demonstriert, indem an den Sprungstellen 64 und 320 (harte) Fenster eingezeichnet sind, deren Breite und Höhe den Werten von σ und ζ der folgenden Filterstufe entspricht. In [3] wird gezeigt, daß die optimale Parameterwahl dimensionsabhängig ist; für dreidimensionale Signale ergibt sich $\zeta_{j+1} = \frac{1}{\alpha}\ \zeta_j$ und $\sigma_{j+1} = \sqrt[3]{\alpha^2}\ \sigma_j$. Kanten, die in den ersten Filterschritte verschmiert wurden, können sich in den nachfolgenden wieder aufrichten ([2]). In der Praxis sind Filterketten aus drei bis fünf Stufen ausreichend; denn dann ist der Parameter ζ bereits so klein, daß weitere Filterstufen fast keine Veränderung mehr bewirken. Das Ausgangssignal f_{aus} einer solchen Filterkette ist stückweise nahezu konstant, und die Kanten sind leicht detektierbar. Daher liegt es nahe, einen weiteren modifizierten Filterschritt anzuhängen, bei dem die Filtergewichte wie bisher aus f_{aus} berechnet werden, jedoch nicht die Werte von f_{aus}, sondern die des ursprünglichen Eingangssignals f gemittelt werden ([1]).

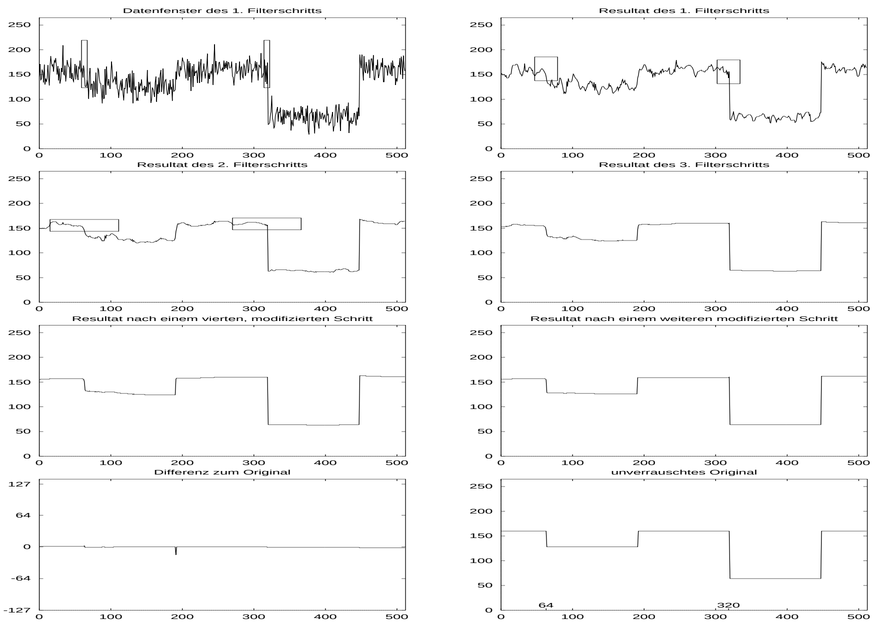

Abb. 2. Mehrstufige Filterung eines 1-dimensionalen Signals

4 Implementierung

Bei der praktischen Implementierung erstrecken sich die Summen nicht über den gesamten Definitionsbereich, sondern lediglich über eine kleinere Quaderumgebung des jeweiligen Punktes p, außerhalb derer die Gaußgewichte klein sind. Die Rechenzeit wird erheblich verkürzt, wenn die Kantenlängen der Quader von etwa $6\sigma_1$ in der ersten Filterstufe bis auf $2\sigma_k$ in der letzten Stufe abnehmen; die Filterergebnisse werden dadurch nicht nennenswert beeinflußt.

In jedem Filterschritt sind nur einfache lokale Operationen auszuführen; Zwischenresultate werden nur nach jedem Filterschritt ausgetauscht. Jeder Filterschritt ist auf einfachste Weise parallelisierbar, indem jede Recheneinheit das Ergebnis in einem Bereich (z.B. einem Streifen) des Definitionsbereichs ausrechnet. Zwar müssen die einzelnen Filterschritte einer Kette nacheinander ausgeführt werden; weil aber die Filterketten in der Praxis nicht sehr lang sind und nur Zwischenergebnisse benachbarter Bereiche ausgetauscht werden müssen, werden bei größeren Datenmengen durch die Parallelisierung der einzelnen Filterschritte erhebliche Geschwindigkeitssteigerungen erzielt. Zur Demonstration wurde die Filterkette mit PVM auf einem Netz unterschiedlicher SparcWorkstations verteilt. Die folgende Tabelle enthält die Rechenzeiten für die Glättung einer Bildfolge aus 64 Bildern mit einer 5-stufigen Filterkette.

		1 Rechner	8 Rechner	16 Rechner	32 Rechner
Größe	128×128	7:40 min	1:50 min	1:50 min	1:10 min
der	256×256	33 min	7.5 min	4 min	3:00 min
Einzelbilder	512×512	2:20 h	28 min	16 min	11 min

5 Ergebnisse

Anhand zweier synthetischen Bildfolgen soll die Leistungsfähigkeit nichtlinearer Gaußfilterketten demonstriert werden. Beide Folgen bestehen aus 64 Einzelbildern. In den Abbildungen 3 und 4 werden typische Einzelbilder gezeigt, und zwar sind von links nach rechts das unverrauschte Original, das verrauschte Original, das Filterergebnis und das mit einem nichtlinearen Differenzenfilter ([2]) lokal binärisierte Filterergebnis abgebildet.

1. Beispiel: In der Originalbildfolge wandert eine dunkle Kreisscheibe von 10 Pixel Durchmesser von links oben nach rechts unten mit einer Verschiebung von 1 Pixel pro Bild. Diese Bildfolge wurde mit weißem Gaußschem Rauschen additiv gestört. Die Streuung des Rauschens beträgt 48, während die Kreisscheibe nur 32 Grauwerte dunkler als der Hintergrund ist.

2. Beispiel: In der Originalbildfolge wandert ein dunkles Quadrat mit 4 Pixel Kantenlänge von links oben nach rechts unten mit einer Verschiebung von 1 Pixel pro Bild. Ein weiteres Quadrat rechts unten verändert seine Position nicht, ist aber nur immer 8 Bilder lang vorhanden. Die Bilder dieser Folge wurden mit weißem Gaußschen Rauschen additiv gestört. Die Streuung des Rauschens ist genauso groß wie die Grauwertdifferenz der Quadrate zum Hintergrund. In Abbildung 5 sind links die dunklen Voxel der unverrauschten Originalbildfolge räumlich dargestellt und rechts die im binärisierten Filterergebnis. Die falsch detektierten Voxel liegen alle am Rand des Datenvolumens, wo die dreidimensionalen Umgebungen, über die beim Filtern gemittelt wird, kleiner sind und daher die Mittelwerte mit geringerer Wahrscheinlichkeit gute Schätzungen des Originalsignals sind.

Literatur

1. V. Aurich, J. Weule: Non-Linear Gaussian Filters Performing Edge Preserving Diffusion. Proceedings 17. DAGM Symposium über Musterekennung, Springer 538–545, 1995.
2. J. Weule: Iteration nichtlinearer Gauß-Filter in der Bildverarbeitung. Dissertation. Universität Düsseldorf, 1994.
3. E. Mühlhaus: Die sprungerhaltende Glättung verrauschter, harmonischer Schwingungen. Dissertation (eingereicht). Universität Düsseldorf, 1997.

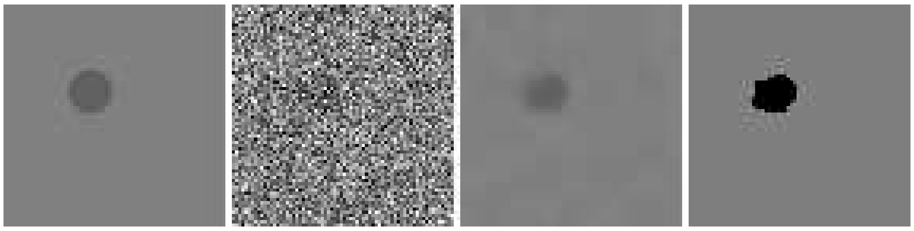

Abb. 3. Bild Nummer 16 in Beispiel 1

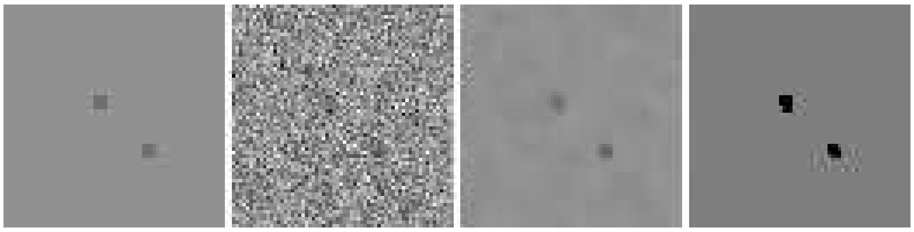

Abb. 4. Bild Nummer 33 in Beispiel 2

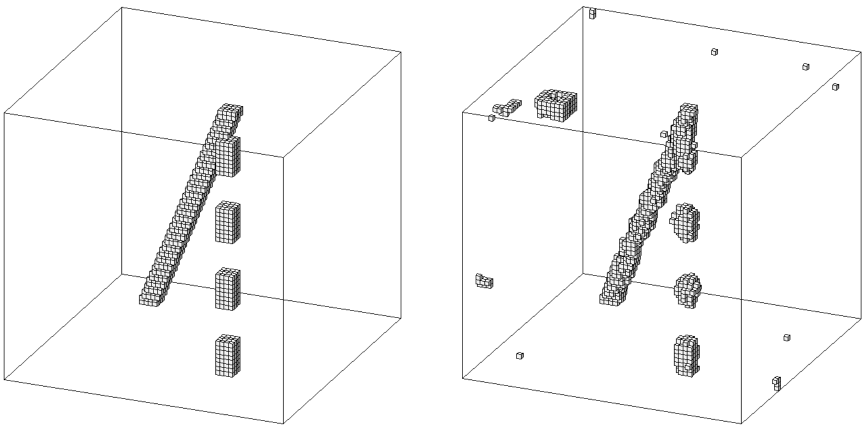

Abb. 5. Unverrauschte Originalstruktur und Filterergebnis für Beispiel 2